



وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

جامعة طولكرم

كلية التربية البدنية وعلوم الرياضة

الكينماتك الزاوي

محاضرة في مادة البايوميكانيك
لطلبة الدراسة الأولية / المرحلة الثانية

اعداد التدريسي
م. د. وسام عوني صالح

الباب الرابع الكينماتك الزاوي

الكينماتك الزاوي

- 1- المسافة الزاوية والازاحة الزاوية
- 2- السرعة المحيطية والسرعة الزاوية
- 3- التعجيل الزاوي

الكينماتك الزاوي Angular kinematic

لابد هنا من الاشارة الى الفرق بين طبيعة الحركة الانتقالية أي التي تحدث على خط مستقيم والحركة الدائرية أي التي تكون على شكل دوائر كاملة او جزء من دوائر . يفهم من هذا أن حدوث الحركة الدائرية يشترط وجود محور دوران فتعلق اللاعب على العقلة والقيام بارجحات إلى الامام والخلف هي عبارة عن حركات دائرية ويطلق عليها احيانا الحركة الزاوية .

وقد سبق ان ذكرنا وضع متقدم من الكتاب بان المحور الذي تتم حوله الحركة الدائرية اما يكون خارج الجسم كما في مثال التعلق على العقلة هي محور الدوران) او ان يكون داخل الجسم كما في دوران الجسم حول نفسه .

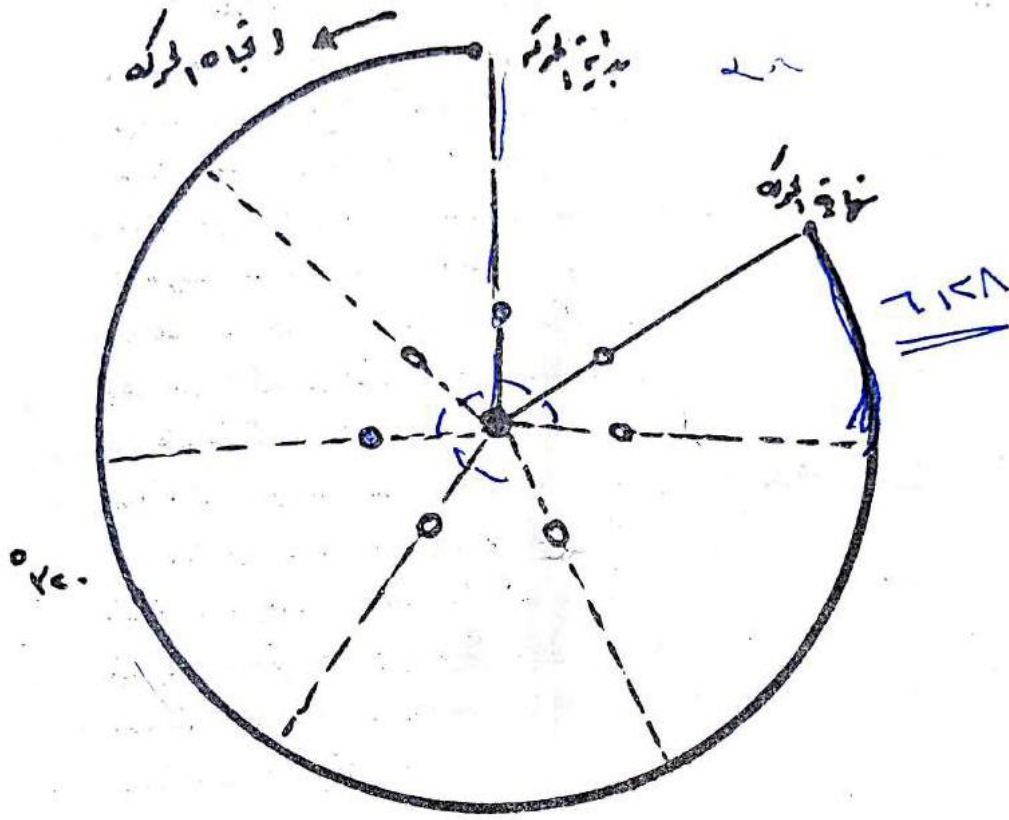
وعلى أي حال فإن الكميات الميكانيكية كالسرعة والتعجيل اثناء الحركة المستقيمة تختلف عن طبيعة السرعة والتعجيل التي تحدث أثناء الحركة الدائرية (الزاوية) وهذا ما سيتم تناوله اثناء دراستنا لمفهوم الكينماتك الزاوي .

سبق ان تناولنا موضوع السرعة ككمية متجهة وامكن تعريفها بشكل عام بانها العلاقة بين وحدات الطول مقسومة على وحدات الزمن وامكنا تعريف المسافة ككمية قياسية .

اما الازاحة فهي كمية متجهة كل ذلك كان خلال الحركة الانتقالية اما اذا درسنا هذه الكميات اثناء الحركة الدائرية فنجد أن هناك اختلافا بين مفهوم علاقة كل من هذه الكميات اثناء الحركتين.

1- المسافة الزاوية والازاحة الزاوية: Angular distance and angular disp

إذا تحرك جسم حركة دائرية حول محور وليكن المحور في هذه الحالة محور خارج عن الجسم كما في حركة الدوران . حول العقلة فان المسافة التي يقطعها الجسم اثناء حركته يمكن حسابها من خلال الفرق بين الوضع الأول الذي ابتدأ منه الجسم حركته، والوضع النهائي الذي وصله، ولكن لا يمكن قياس المسافة في هذه الحركة بوحدات الأطوال كالمتر والسنتيمتر كما في الحركة الانتقالية بل تحسب المسافة التي يقطعها الجسم بعدد الدرجات التي يتحركها منذ بداية حركته الى نهايتها في الشكل



شكل (١٩)

عند مشاهدتنا لهذا الشكل فانه لو اكمل لاعب الجمباز دورة كاملة من بداية الحركة والعودة للنقطة نفسها فانه يكون قد اكمل 360° ولكن المسافة التي قطعها اللاعب في هذه الحركة هي اقل من 360° ولتكن 320° فان هذه الكمية تعبر عن مقدار المسافة الزاوية التي قطعها جسم لاعب الجمباز .

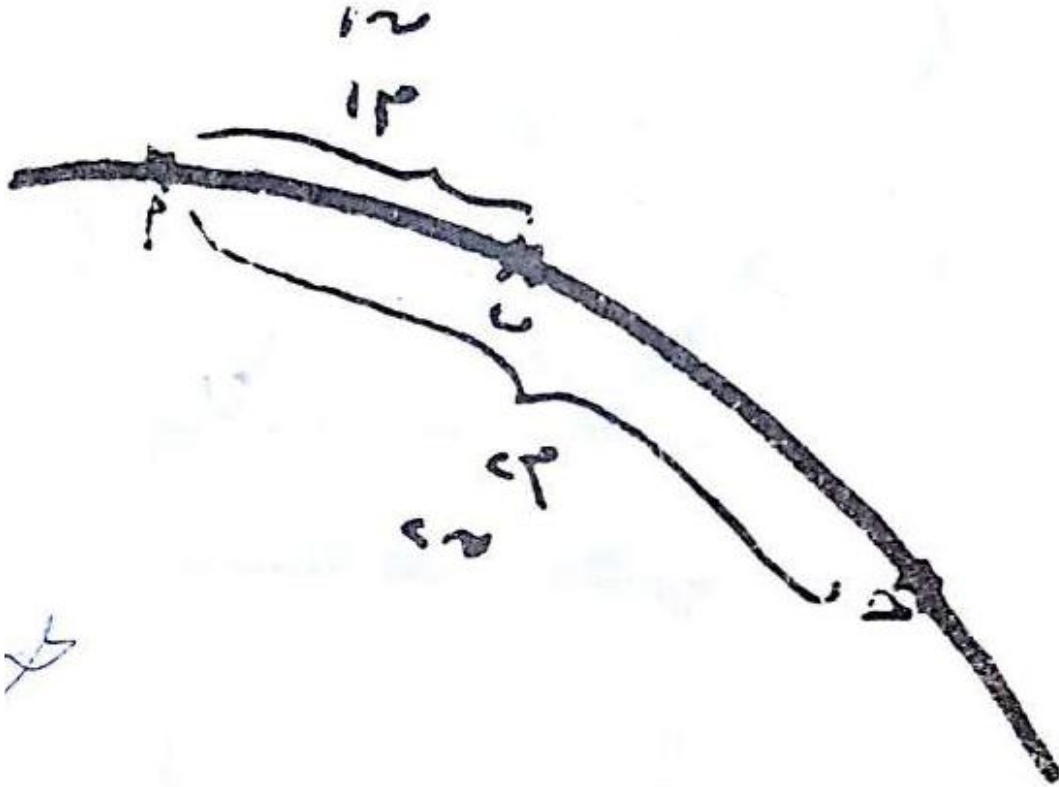
اما بالنسبة الى مقدار الازاحة الزاوية فبأمكننا الاستدلال عنها من خلال الفرق بين وضعي الجسم في بداية الحركة ونهايتها وهو $360 - 320$ ويساوي 40°

ملاحظة :- 6.28 قطاع بالدائرة

2- السرعة الزاوية والسرعة المحيطية

Velocity and angular velocity

لا يؤدي مفهوم السرعة دورا مميزا في جميع الفعاليات الرياضية سواء في الحركات الانتقالية أو الحركات الدائرية فكما علمنا ان قياس سرعة الجسم اثناء الحركة الانتقالية هي عبارة عن المسافة المقطوعة في وحدة زمنية وينطبق القول نفسه على المسافة التي يقطعها جسم على منحنى اي سرعة الراكض مثلا على محيط دائرة ولاستخراج متوسط السرعة لعداء على محيط الدائرة فيمكن ذلك من القانون الاتي :-



شكل (50)

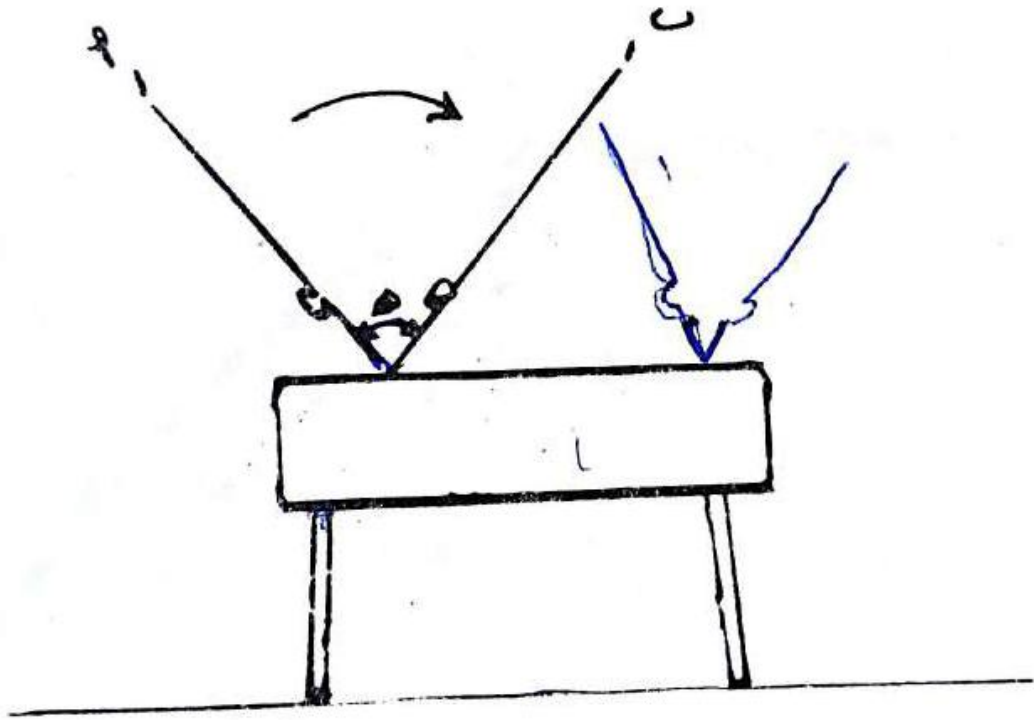
$$\text{السرعة المحيطية المتوسطة} = \frac{m_2 - m_1}{n_2 - n_1}$$

ويستدعي الأمر أحيانا أن نعرف السرعة اللحظية للجسم اثناء دورانه على الدائرة مقدار السرعة اللحظية يستخرج بالطريقة التي استخدمت اثناء الحركة الانتقالية

$$\frac{\Delta \theta}{\Delta t} == \text{السرعة المحيطة اللحظية}$$

من خلال ماتقدم بكننا تعريف السرعة المحيطة ::

هي النسبة بين المسافة التي يقطعها الجسم على محيط دائرة إلى الزمن المستغرق .
ولمفهوم السرعة المحيطة علاقة وثيقة بالسرعة الزاوية، ولتوضيح ماهية السرعة الزاوية يمكننا مشاهدة شكل (51)



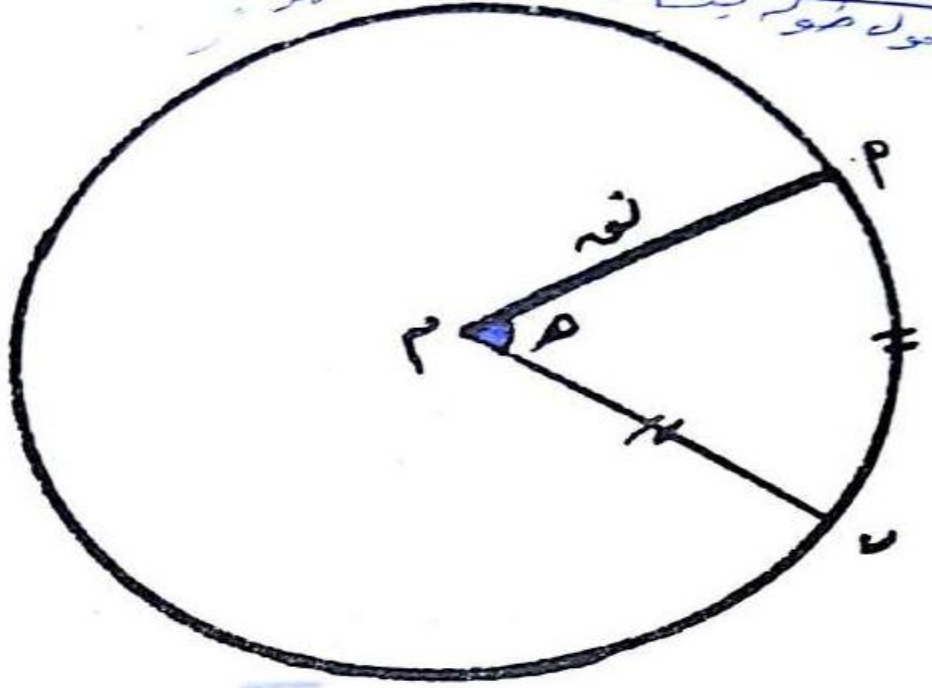
شكل (٥١)

ان انتقال جسم لاعب الجمباز من النقطة أ إلى النقطة ب يكون قد قطع زاوية معينة ولتكن هـ
كما مبينة بالشكل، فان انتقاله هذا بزاوية معينة وبزمن معين ويطلق على سرعته السرعة
الزاوية والتي يمكن تعريفها بالاتي:

(معدل الانتقال الزاوي للجسم)

وللتعبير عن مقدار السرعة الزاوية التي يتحرك بها الجسم او جزءاً منه اثناء الحركة يمكن
ذلك من خلال معرفة عدد الدرجات التي يقطعها الجسم في فترة زمنية معينة

توضيح ذلك لابد من معرفة العلاقة بين الوحدات التي تعرف به السرعة الزاوية. ان دوران الجسم حول العقلة دورة كاملة فان عدد الدرجات التي يقطعها ذلك الجسم هي 360° واذا قطع الجسم جزءا من محيط الدائرة بحيث يساوي طول ذلك الجزء نصف قطر الدائرة فان الزاوية المقابلة لذلك الجزء تعرف بزاوية نصف قطرية كما في الشكل (52)



شكل (52)

ويطلق على المثلث أ م ب بالقطاع، وقد وجد أن الدورة الكاملة الواحدة تساوي 6.28 قطاعا وعلى هذا الأساس فإن القطاع الواحد يمكن احتساب قيمته بالدرجات ويساوي $\frac{360}{6.28} = 57.32$ يمكن تقريبه الى 57.3 درجة .

مثال:-

اثناء رمي المطرقة تدور المطرقة ثلاث دورات افقية بزمان قدره 2.5 ثانية. احسب كم درجة تقطع المطرقة في الثانية وكذلك كم قطاعا في الثانية ؟ •

بما أن المطرقة تتحرك 3 دورات فهي تقطع $3 \times 360 = 1080$ درجة عدد الدرجات في الثانية الواحدة

$$1080 \div 2.5 = 432 \text{ درجة}$$

$$\text{عدد القطاعات في الثانية الواحدة} = 432 \div 57.3 = 7.5 \text{ قطاع}$$

وللعلاقة بين السرعة الزاوية لجسم اثناء دورانه وسرعته المحيطية أهمية كبيرة في دراستنا للحركات الرياضية. فهي تتم بشكل دائري، حيث يمكن اشتقاق العلاقة بين السرعة المحيطية والسرعة الزاوية من خلال التتبع الميكانيكي للقوانين الاتية :

-

$$\frac{\text{طول القوس}}{\text{نصف القطر}} = \text{الزاوية نصف القطرية}$$

اذن طول القوس = الزاوية نصف القطرية $\times$ نصف القطر
ولكن طول القوس يعبر عن المسافة التي يقطعها الجسم اثناء حركته وبفترة زمن معينة من

$$\text{خلال المعادلة س} = \frac{\text{م}}{\text{ن}} \text{ ارجع الى المعادلة (١)}$$

$$\text{اذن س} = \frac{\text{الزاوية نصف القطرية} \times \text{نصف القطر}}{\text{الزمن}}$$

$$\text{كانت السرعة الزاوية} = \frac{\text{الزاوية نصف القطرية}}{\text{الزمن}}$$

$$\text{اذن السرعة المحيطية} = \text{السرعة الزاوية} \times \text{نصف القطر}$$

$$\text{او س م} = \text{س ز} \times \text{نق} \text{ (١٨)}$$

من المعادلة الاخيرة يمكن تفسير سرعة حركة كثير من الأجسام عند دورها على محيط دائرة ومدى علاقة مقدار السرعة التي يدور بها الجسم مع بعد ذلك الجسم عن محور الدوران (نصف القطر). لو اخذنا لاعب الجمناز على سبيل المثال اثناء دورانه على العقلة نجد أن سرعة مفصل الكتف المحيطية اقل من سرعة مفصل الورك والاخيرة ابطا

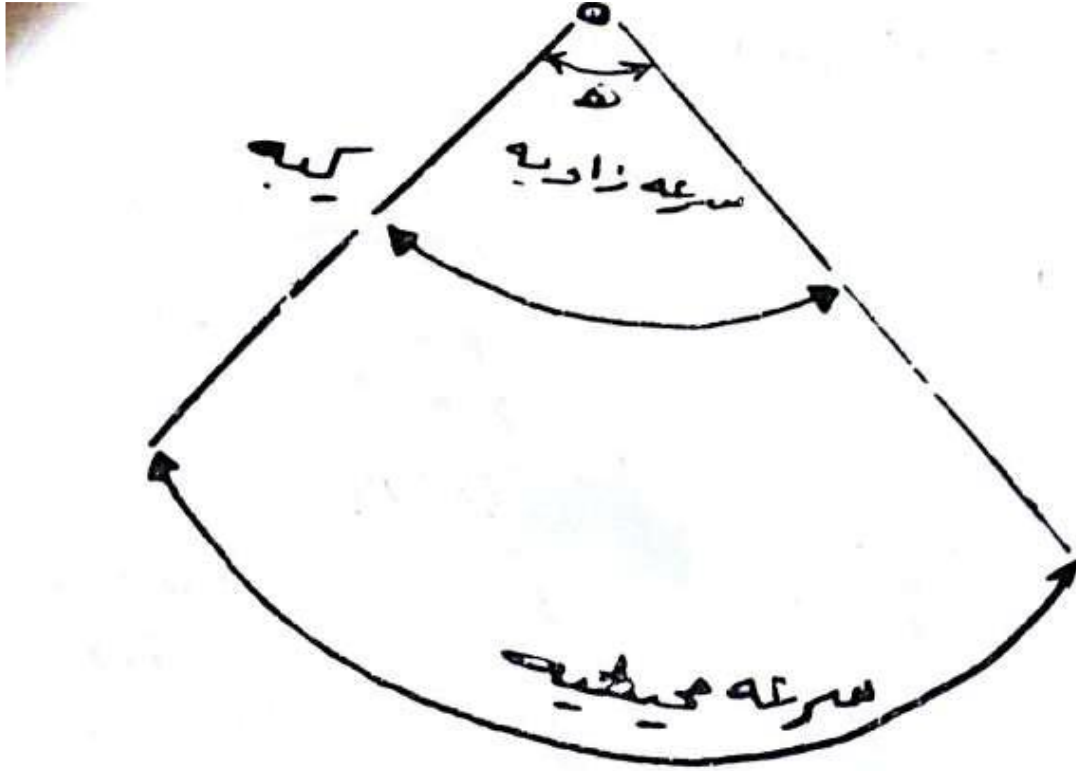
من سرعة مفصل الركبة وهكذا وهذا ناتج عن الفرق بين البعد بين المفصل ومحور الدوران .

مثال:

لاعب كرة قدم أثناء ضربه ضربه للكرة كانت السرعة الزاوية للرجل 60 درجة / ثانية احسب السرعة المحيطية لمفصل الركبة وكذلك السرعة المحيطية للقدم علما ان البعد بين محور الدوران (مفصل الورك) ومفصل الركبة هو 40 سم والبعد بين محور الدوران والقدم هو 80 سم ؟



مفصل الورك (محور الدوران)



شكل (٥٣)

يعد البعد بين محور الدوران وكل من مفصل الركبة ومفصل القدم هو نصف القطر فالحساب
السرعة المحيطية لمفصل الركبة يكون نصف القطر 4٠ سم

اذن $س ز = س ز * ن ق$

$س م = 40 \times 60 = 2400$ سم / ثا السرعة المحيطية للركبة

اما سرعة مفصل القدم المحيطية للقدم

$س م = 80 \times 60$

$= 4800$ سم / ثا السرعة المحيطية للقدم

نلاحظ مما تقدم أن سرعة القدم المحيطية هي ضعف سرعة الركبة وهذا ناشئ عن الاختلاف
في بعد المفصل عن محور الدوران. يقودنا هذا الاستنتاج إلى تطبيق مبدأ

إطالة نصف قطر الدوران كي تزداد السرعة المحيطية للجسم الدائر كما في فعالية رمي القرص حيث يوصي المدربون بمد الذراع الحاملة للقرص أثناء دورانها ابعدها ما يمكن ليكتسب القرص اكبر سرعة دائرية قبل انتقاله بشكل مماس أثناء الانطلاق .

وعلى هذا الاساس فأن اعتماد هذا المبدأ عند اختيار رامي القرص من حيث المواصفات الجسمية ومدى ملائمتها لتلك الفعالية يفضل الرامي ذو الذراع الطويلة على الرامي ذو الذراع القصيرة لان الذراع يمثل في هذه الحالة نصف قطر الدائرة التي يدور بها القرص أثناء الدوران.

3- . التعجيل الزاوي :- Angular accelerate

أن مفهوم التعجيل بشكل عام يعني التغيير الذي يطرأ على سرعة الجسم في فترة زمنية معينة وكما أشرنا في دراستنا للتعجيل أثناء الحركات المستقيمة بأنه المعدل الزمني لتغيير السرعة أي

$$\text{التعجيل} = \frac{\text{س2} - \text{س1}}{\text{ن}}$$

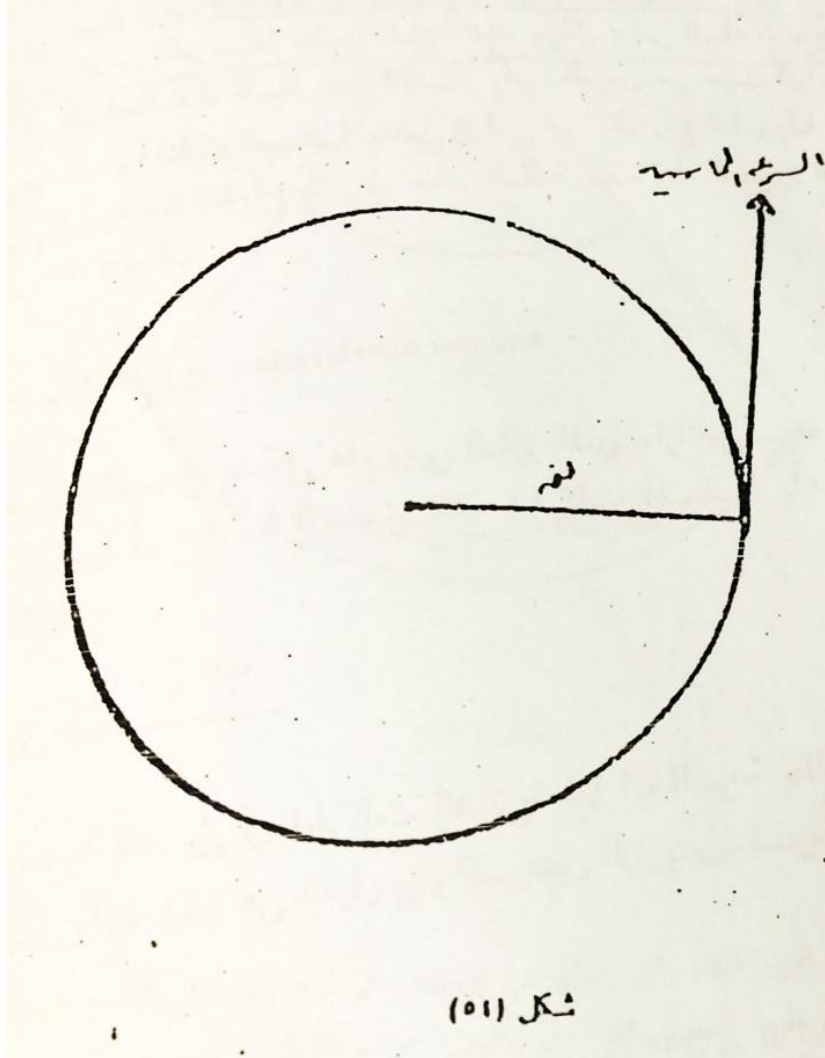
أما بالنسبة للتعجيل في الحركات الدائرية فيها أن السرعة يطلق عليها السرعة الزاوية فأن التعجيل يكون عبارة عن الفرق بين سرعتين الزاويتين مقسوما على الزمن الذي تم فيه هذا التغيير.

$$\text{التعجيل الزاوي} = \frac{\text{السرعة الزاوية النهائية} - \text{السرعة الزاوية الابتدائية}}{\text{الزمن}}$$

$$\text{ع ز} = \frac{\text{س ز2} - \text{س ز1}}{\text{ن}}$$

ففي الشكل. () الذي يمثل حركة دوران لاعب الجمناستك حول العقلة فإذا كانت السرعة الزاوية اللاعب في نقطة أ تساوي ١٨٠ درجة / ثا وفي نقطة ب 240 درجة / ثا وكان لهذا التغيير في السرعة الزاوية قد حدث في فترة زمنية قدرها ٠,٢ ثا فان التعجيل الزاوي للاعب الجمناستك يساوي :

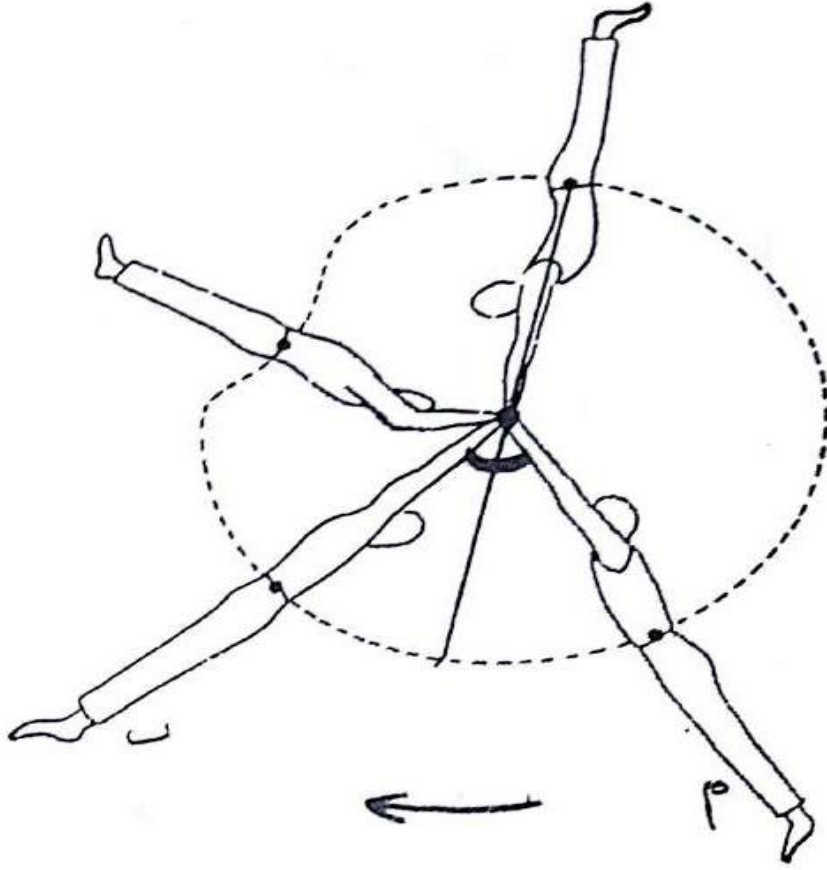
$$\frac{س^2}{نق} = ؟؟؟؟ (19)$$



شكل (54)

مثال :-

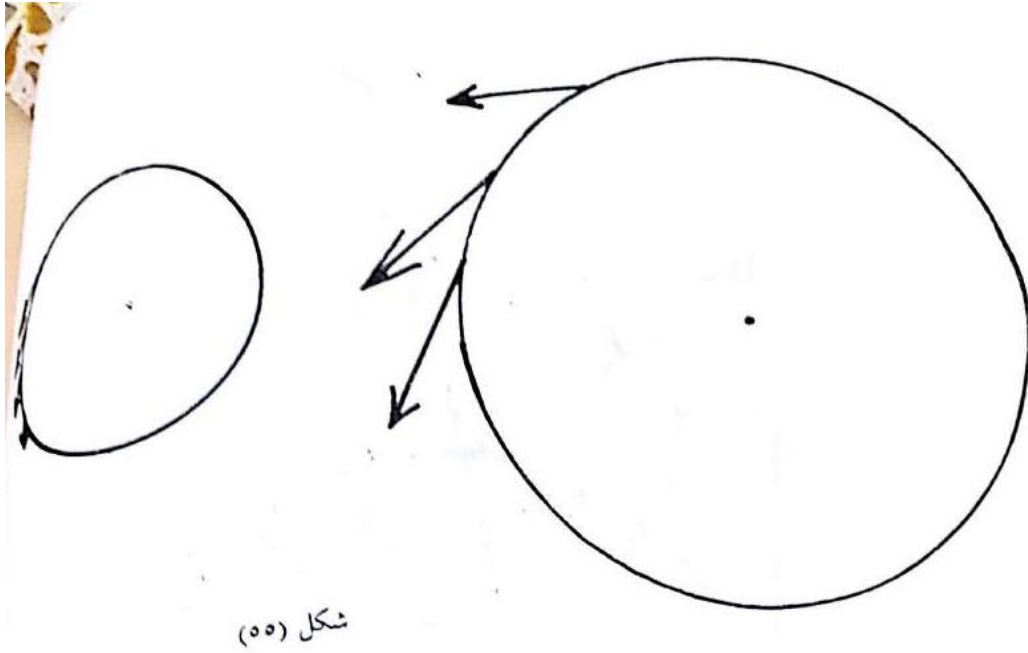
اوجد مقدار المركبة العمودية للتعجيل للقرص اثناء دورانه في دائرة الرمي علما ان السرعة اللحظية على مماس الدائرة تساوي 15 متر / ثا وكان طول ذراع الرامي 3 اقدام .
يعد ذراع الرامي من مفصل الكتف الى القرص بمثابة نصف قطر دوران القرص



شكل (١٥٤)

$$ع ز = \frac{180-240}{0.2} = 300 \text{ درجة / ثا}^2$$

أن طبيعة حركة اللاعب بشكل دائري حول محور معين تتأثر بشكل كبير بنصف قطر الدائرة التي يدور حولها فلو تحرك جسمان على دائرتين احدهما كبيرة والأخرى صغيرة وكانا يتحركان بسرعة واحدة نجد أن الجسم الذي يتحرك حول الدائرة صغيرة القطر يعمل على تغيير اتجاهه باتجاه مركز الدائرة بشكل أكثر حدة من الجسم المتحرك على دائرة كبيرة القطر وهذا ناشيء عن طبيعة الاختلاف في انصاف اقطار تلك الدوائر، وما هو معلوم أن تغير اتجاه حركة الجسم اثناء دورانه حول محور يؤدي إلى اختلاف سرعته لذا يمكننا القول بأن تغيير سرعة الجسم حول الدائرة صغيرة القطر (تعجيل الجسم) اكبر ولهذا يدلنا على ان العلاقة عكسية بين تعجيل الجسم حول دائرة ونصف القطر كما مبين بالشكل (55) .



فيكون مقدار التعجيل المماسي عبارة عن

$$\text{التعجيل المماسي} = \frac{\text{السرعة النهائية} - \text{السرعة الابتدائية}}{\text{الزمن}}$$

$$\text{ع مماس} = \frac{\text{س} 2 - \text{س} 1}{\text{ن}} \dots\dots\dots (20)$$

مثال :-

احسب المركبة المماسية لتعجيل قرص بلغت سرعته 6 متر / ثا² في نقطة معينة على محيط الدائرة وبعد فترة زمنية قدرها 0.5 ثانية أصبحت سرعته 12 متر / ثا .

$$\text{ع مماس} = \frac{\text{س} 2 - \text{س} 1}{\text{ن}}$$

$$\text{ع مماس} = \frac{6 - 12}{0.5}$$

$$= 12 \text{ متر / ثا}^2$$

ان استمرار حركة دوران الجسم حول محور ناشيء عن بقاء تأثير القوة التي تجذب باتجاه المركز مثال بقاء لاعب الجمناستك باتجاه المحور (بار العقلة) وكما ذكرنا سابقا ان هذا الاستمرار في الحركة وبالاتجاه المعين يتأثر بنصف قطر الدوران لذا فإن مركبة التعجيل التي تتأثر بنصف القطر يطلق عليها التعجيل القطري او العمودي ويمكن التعبير عنه بالمعادلة الاتية :-

$$\text{التعجيل القطري (العمودي)} = \frac{(\text{سرعة الجسم المماسية})^2}{\text{نصف القطر}}$$

$$\text{ع قطري} = \frac{(\text{س})^2}{\text{نق}} \dots\dots\dots (19)$$

أن القانون اعلاه يؤكد عكسية العلاقة بين التعجيل القطري ونصف القطر فلو أخذنا على سبيل المثال حركة القرص اثناء مرجحة الاستعداد للرمي فإذا كانت سرعة القرص في نقطة أ كما مبين بالشكل (54) 20 قدم / ثا وكان البعد بين مركز القرص ومحور الدوران مفصل الكتف ٢ قدم حيث يكون هذا البعد بمثابة نصف قطر الدوران فيكون مقدار التعجيل كالآتي :

$$\text{ع قطري} = \frac{(\text{س})^2}{\text{نق}}$$

$$\text{ع قطري} = \frac{(20)^2}{2}$$

$$= 200 \text{ قدم / ثا}^2$$

أما التغير الحاصل في سرعة القرص على نقطتين متتابعتين على محيط الدائرة التي يتحرك عليها القرص (نقطتين مماسيتين) ينطلق عليه التعجيل الماسي

$$\text{ع مماس} = \frac{\text{س} - \text{س}1}{\text{ن}}$$

فلو كانت سرعة القرص عند نقطة معينة على محيط الدائرة 6 م / ثا وعلى نقطة اخرى في لحظة اخرى 10 م / ثا وكانت الفترة الزمنية بين هاتين النقطتين ٠.٢ ثا فإن التعجيل الماسي للقرص

$$\text{ع مماس} = \frac{6-10}{0.2}$$

$$= 20 \text{ م / ثا}$$

اسئلة للمراجعة

- 1- ماذا يقصد بالكينماتك الزاوي ؟
- 2- ما الفرق بين المسافة الزاوية والازاحة الزاوية ؟
- 3- ما هي العلاقة بين السرعة المحيطية والسرعة الزاوية ؟
- 4- عرف السرعة الزاوية.
- 5- قرص يدور دورتين بزمان قدره ثانيتين، احسب عدد الدرجات التي يقطعها في الثانية الواحدة، وكذلك كم قطاع في الثانية الواحدة .
- 6- مطرقة بلغت سرعتها على محيط الدائرة التي تدور حولها ٨م/ثا وكان نصف قطر دوران المطرقة ٢ م احسب التعجيل العمودي للمطرقة.
- 7- اثناء دوران القرص بيد الرامي كانت سرعة القرص 6 م / ثا وبعد فترة زمنية قدرها 0.2 ثا بلغت سرعته ٨ م / ثا احسب التعجيل المماسي للقرص